

# 湖南省高等教育自学考试

## 课程考试大纲

### 工 程 数 学

(课程代码: 06268)

湖南省教育考试院组编  
2016 年 12 月

# 高等教育自学考试课程考试大纲

课程名称：工程数学

课程代码：06268

## 第一部分 课程性质与目标

### 一、课程性质与特点

工程数学是高等教育自学考试汽车运用工程（本科）专业、建筑工程（本科）专业、交通土建工程（本科）专业、水利水电与港航工程（本科）专业、交通管理工程（本科）专业、铁路运输管理（本科）专业、电力管理工程（本科）专业的选考课程。

通过本课程的学习，考生能熟悉线性代数处理问题的方法，能掌握行列式、矩阵、向量、线性方程组有解和二次型等方面的基本理论和基本运算，提高抽象思维、逻辑推理和基本运算能力；能对概率论与数理统计知识有一个基本了解，同时，培养考生熟练的运算能力和综合运用所学工程代数知识去分析问题和解决问题的能力。

### 二、课程目标与基本要求

（一）课程目标：学习本课程的目的是使考生掌握工程数学的基本理论、思想和方法，进一步培养考生的逻辑思维能力。

（二）基本要求：通过本课程的学习，考生应掌握线性代数的基本概念和基本原理，能够熟练掌握行列式、矩阵、向量等的基本运算，提高抽象思维、逻辑推理等能力，能综合运用所学工程代数知识去分析问题、解决生活中实际问题。

### 三、与本专业其他课程的关系

本课程应具备高等数学、解析几何等学科的知识基础。本课程的先修课程为：高等数学、解析几何。

同时，本课程是所有理工等类学科的基础课程，为考生学习后续专业课程和进一步获得数学知识奠定必要的数学基础和知识储备，目的是提高考生抽象思维、逻辑推理及数据处理能力。从而提高考生的数学素养，打牢数学基础，同时为工程类相关专业的考生进一步学习后续课程奠定坚实基础。

## 第二部分 考核内容与考核目标

### 线性代数部分

#### 第一章 行列式

## 一、学习目的与要求

1. 理解行列式的概念与性质；
2. 掌握行列式的计算；
3. 理解克拉默法则，掌握运用克拉默法则进行计算。

## 二、考核知识点与考核目标

### （一）行列式的概念与性质（重点）

识记：行列式的概念

理解：行列式的性质

应用：计算行列式

### （二）行列式的计算（重点）

识记：化三角形计算方法和依行依列展开计算方法

应用：计算行列式

### （三）克拉默法则（次重点）

识记：克拉默法则的内容

理解：克拉默法则的含义

应用：克拉默法则计算行列式

### （四）范德蒙行列式（一般）

识记：范德蒙行列式的内容

## 第二章 矩阵

## 一、学习目的与要求

1. 理解矩阵的概念；
2. 掌握矩阵的加法、数乘以及乘法运算；
3. 理解分块矩阵的概念；掌握分块矩阵的运算；
4. 理解可逆矩阵的概念；
5. 理解矩阵的初等矩阵、矩阵等价标准型等概念，掌握矩阵的初等变换；
6. 熟练掌握求逆矩阵的方法；
7. 熟练掌握用初等变换法求解形如  $AX=B$  的矩阵等式。

## 二、考核知识点与考核目标

### （一）矩阵的概念与性质（重点）

识记：矩阵的概念、性质

理解：矩阵运算规则

### （二）可逆矩阵（重点）

识记：可逆矩阵的概念

理解：可逆矩阵的判定

应用：求可逆矩阵的逆矩阵

### （三）矩阵的初等变换（重点）

识记：矩阵的初等变换的规则

理解：矩阵初等变换的含义

应用：1. 求矩阵的逆矩阵；2. 求形如  $AX=B$  的矩阵等式

#### （四）矩阵的秩（重点）

识记：矩阵的秩的概念

理解：矩阵的秩的概念

应用：求矩阵的秩

#### （五）分块矩阵（次重点）

识记：矩阵的分块法

#### （六）初等矩阵的概念（一般）

识记：初等矩阵的概念

### 第三章 向量空间

#### 一、学习目的与要求

1. 理解  $n$  维向量空间的概念；
2. 理解向量间的线性关系；理解向量组的极大线性无关组的概念；
3. 掌握求解向量组的极大线性无关组的方法；
4. 理解向量组的秩与矩阵秩之间的关系；
5. 理解  $R^n$  的标准正交基的概念。

#### 二、考核知识点与考核目标

##### （一）向量空间的概念（重点）

识记： $n$  维向量空间的概念与性质

##### （二）向量间的线性关系（重点）

识记：1. 向量线性相关、线性无关的概念；2. 向量组的极大线性无关组的概念

理解：1. 向量线性相关、线性无关的判定；2. 极大线性无关组的求法

应用：求解（求证）向量组的极大线性无关组

##### （三）向量组的秩与矩阵的秩（次重点）

理解：1. 向量组的秩与矩阵秩的概念；2. 向量组的秩与矩阵秩之间的关系

应用：判断方程是否有解、无解、有唯一解，判断向量组的线性相关与线性无关

##### （四）标准正交基（次重点）

识记： $R^n$  标准正交基的概念

##### （五）施密特正交化方法（一般）

应用：将线性无关的向量组化为正交向量组

## 第四章 线性方程组

### 一、学习目的与要求

1. 理解并掌握高斯消元法解方程；
2. 理解并掌握齐次线性方程组的概念与求解方法；
3. 理解并掌握非齐次线性方程组的概念与求解方法。

### 二、考核知识点与考核目标

#### (一) 高斯消元法 (重点)

识记：高斯消元法的方法内容

理解：高斯消元法求解方程

应用：解线性方程组

#### (二) 齐次线性方程组 (重点)

识记：齐次线性方程的定义与求解方法

理解：齐次线性方程求解方法

应用：解齐次线性方程组

#### (三) 非齐次线性方程组 (重点)

识记：非齐次线性方程的定义与求解方法

理解：非齐次线性方程求解方法

应用：解非齐次线性方程组

#### (四) 齐次线性方程组与非齐次线性方程组的性质 (次重点)

理解：齐次线性方程组与非齐次线性方程组的性质

## 第五章 矩阵的相似对角化

### 一、学习目的与要求

1. 了解特征值与特征向量的定义、性质；熟练掌握求解特征值与特征向量的方法；
2. 了解相似矩阵与矩阵对角化的概念；理解并掌握矩阵对角化的方法与原理；
3. 了解实对称矩阵对角化的概念与方法。

### 二、考核知识点与考核目标

#### (一) 特征值与特征向量概念 (重点)

识记：特征值与特征向量的定义、性质以及求解方法

理解：特征值与特征向量的求解

#### (二) 实对称矩阵的对角化 (重点)

理解：实对称矩阵对角化的方法与原理

应用：将实对称矩阵对角化

#### (三) 相似矩阵与矩阵对角化 (次重点)

识记：相似矩阵与矩阵对角化的定义

理解：相似矩阵与矩阵对角化的存在性

应用：将矩阵对角化

(四) 特征值与特征向量的性质 (次重点)

识记：相似矩阵与矩阵对角化的定义

理解：相似矩阵与矩阵对角化的方法与原理

应用：将矩阵对角化

## 第六章 实二次型

### 一、学习目的与要求

1. 了解二次型的定义与矩阵表示形式；
2. 了解二次型的标准型的定义；
3. 了解矩阵的合同；掌握通过线性变换求合同矩阵；
4. 熟练掌握正交变换法化二次型为标准型；
5. 了解配方法化二次型为标准型；
6. 理解惯性定理与二次型的规范型。

### 二、考核知识点与考核目标

(一) 二次型的概念 (重点)

识记：二次型的概念、二次型的矩阵表示形式

(二) 二次型的标准型的概念 (重点)

识记：二次型的标准型的概念

理解：二次型的标准型、对应矩阵形式及特征值的关系

(三) 用正交变换化二次型为标准型的方法 (重点)

识记：正交变换法的内容

理解：正交变换法的原理与规则

应用：求矩阵的标准型

(四) 二次型的规范型 (次重点)

识记：二次型标准型的概念、惯性定理的内容

理解：惯性定理

应用：求矩阵的规范型

(五) 用配方法化二次型为标准型的方法 (一般)

识记：配方法的内容

理解：配方法的原理与规则

应用：求矩阵的标准型

## 概率论与数理统计部分

### 第一章 随机事件与概率

#### 一、学习目的与要求

1. 理解随机事件的概念，了解样本空间的概念，掌握事件之间的关系与运算；
2. 理解概率、条件概率的定义，掌握概率的基本性质，会计算古典概型的概率；
3. 掌握概率的加法公式，乘法公式，会应用全概率公式和贝叶斯公式；
4. 理解事件独立性的概念，掌握应用事件独立性进行概率计算的方法；
5. 理解独立重复试验的概率，掌握计算有关事件概率的方法。

## 二、考核知识点与考核目标

### （一）随机试验与随机事件概念（重点）

识记：随机事件的概念

应用：事件间的关系及运算

### （二）事件概率的概念与性质（重点）

识记：频率、古典概型、几何概率和概率的公理化定义

应用：求古典概率

### （三）条件概率与事件的独立性（次重点）

识记：条件概率的定义

理解：事件独立性的定义

应用：1. 全概率公式和贝叶斯公式；2. 多重贝努利试验中的概率计算公式

## 第二章 随机变量与概率分布

### 一、学习目的与要求

1. 理解随机变量及其概率分布的概念；
2. 理解随机变量分布函数的概念及性质，会计算与随机变量有关的事件的概率；
3. 理解离散型随机变量及其概率分布的概念，掌握 0-1 分布、二项分布、超几何分布、泊松分布及其应用；
4. 理解连续型随机变量及其概率密度的概念，掌握概率密度与分布函数之间的关系；
5. 掌握正态分布，均匀分布和指数分布及其应用；
6. 会求简单随机变量函数的概率分布。

### 二、考核知识点与考核目标

#### （一）离散随机变量概念（重点）

识记：离散随机变量的概念

理解：1. 离散型随机变量的概率分布列；2. 两点分布、二项分布和泊松分布

#### （二）连续随机变量概念（重点）

识记：连续随机变量的概念

理解：均匀分布、指数分布和正态分布

(三) 分布函数的概念 (重点)

识记: 分布函数的概念

理解: 1. 一维随机变量的分布函数; 2. 连续型随机变量的分布函数与概率密度函数间的关系

(四) 随机变量的函数 (次重点)

理解: 几何分布、超几何分布, 掌握上分位数、随机变量函数的分布

## 第三章 随机向量

### 一、学习目的与要求

1. 理解二维随机向量的概念, 理解二维随机向量的联合分布的概念、性质及两种基本形式: 离散型联合概率分布, 边缘分布和条件分布; 连续型联合概率密度、边缘密度和条件密度, 会利用二维概率分布求有关事件的概率;

2. 理解随机变量的独立性的概念, 掌握离散型和连续型随机变量独立的条件;

3. 掌握二维均匀分布, 了解二维正态分布的概率密度, 理解其中参数的概率意义;

4. 会求两个独立随机变量的简单函数的分布, 能运用分布函数法求简单二维随机变量函数的分布, 会运用各种卷积公式。

### 二、考核知识点与考核目标

(一) 二维随机向量的概念 (重点)

识记: 二维随机向量的概念

理解: 边缘分布

(二) 二维随机向量的分布函数与边缘分布 (次重点)

识记: 1. 二维随机向量的分布函数与边缘分布的概念与性质; 2. 二维连续型随机变量的条件分布

理解: 1. 二维随机变量的联合分布函数; 2. 二维随机变量的联合分布、边缘分布

(三) 随机变量的独立性 (重点)

理解: 1. 随机变量独立性的定义和判断; 2. 二维随机变量函数的分布

(四)  $n$  维随机向量 (一般)

识记:  $n$  维随机向量的概念

理解:  $\chi^2$  分布、 $t$  分布与  $F$  分布

## 第四章 随机变量的数字特征

### 一、学习目的与要求

1. 理解随机变量数字特征 (数学期望、方差、标准差、协方差, 相关系数) 的概念, 并会运用数字特征的基本性质计算具体分布的数字特征;

2. 掌握常用分布的数字特征的概念意义和实际背景;



3. 会根据随机变量  $X$  的概率分布求其函数的数学期望；
4. 会根据随机变量  $X$  和  $Y$  的联合概率分布求其函数的数学期望；
5. 掌握随机变量独立性与相关系数的相互关系。

## 二、考核知识点与考核目标

### （一）数学期望的概念（重点）

识记：数学期望的定义，性质

应用：生产、生活中求数学期望

### （二）方差的概念（重点）

识记：方差的定义、性质

应用：生产、生活中求方差

### （三）协方差、相关系数及矩（次重点）

识记：协方差的概念与性质

理解：协方差、相关系数及矩的定义和计算

## 第五章 大数定律与中心极限定理

### 一、学习目的与要求

1. 了解切比雪夫不等式，理解依概率收敛和弱收敛的定义，并能进行判断；
2. 了解独立同分布随机变量的大数定理成立的条件及结论；
3. 了解独立同分布的中心极限定理和棣莫佛--拉普拉斯定理（二项分布以正态分布为极限分布）的应用条件和结论，并会用相关定理近似计算有关随机事件的概率。

## 二、考核知识点与考核目标

### （一）大数定律（次重点）

识记：大数定律的定义

应用：切比雪夫不等式

### （二）中心极限定理（次重点）

识记：中心极限定理的定义

理解：大数定律和 De-Moivre-Laplace 中心极限定理

应用：用 De-Moivre-Laplace 中心极限定理作近似计算

## 第六章 样本及抽样分布

### 一、学习目的与要求

1. 理解总体、简单随机样本、统计量、样本均值、样本方差及样本矩的概念，了解经验分布函数；
2. 掌握正态分布，了解  $t$  分布和  $F$  分布的定义及性质，了解分位数的概念并会查表计算；
3. 了解正态总体的某些常用抽样的分布。

## 二、考核知识点与考核目标

### (一) 总体与样本的概念 (次重点)

识记：总体样本、样本的概念

### (二) 统计量与抽样分布 (次重点)

识记：抽样分布、常用统计量的概念

理解：正态总体的样本均值、样本方差的分布

## 第七章 参数估计

### 一、学习目的与要求

1. 理解参数的点估计、估计量与估计值的概念；
2. 掌握矩估计法（一阶、二阶）和最大似然估计法；
3. 了解估计量的无偏性，有效性（最小方差性）和一致性（相合性）的概念，并会验证估计量的无偏性；
4. 了解区间估计的概念，会求单正态总体的均值与方差的置信区间。

### 二、考核知识点与考核目标

#### (一) 参数的点估计 (次重点)

识记：参数点估计的概念

应用：矩估计、极大似然估计

#### (二) 估计量的评选标准 (一般)

理解：点估计的评选标准

#### (三) 参数的区间估计 (次重点)

识记：置信区间的概念

理解：正态总体的均值、方差的置信区间

## 第八章 假设检验

### 一、学习目的与要求

1. 理解显著性检验的基本思想，掌握假设检验的基本步骤，了解假设检验可能产生的两类错误；
2. 了解单正态总体均值与方差的假设检验方法及双正态总体均值与方差的假设检验方法。

### 二、考核知识点与考核目标

#### (一) 假设检验的基本概念 (次重点)

识记：假设检验的基本概念

#### (二) 正态总体均值与方差的假设检验 (次重点)

应用：正态总体均值与方差的假设检验

#### (三) 非正态总体参数的假设检验 (一般)

理解：非正态总体均值的大样本检验

#### (四) 总体分布假设的 $\chi^2$ 检验法 (一般)

理解：总体分布的  $\chi^2$  检验法

## 第九章 回归分析与方差分析

### 一、学习目的与要求

1. 了解方差分析的基本思想，试验因素和水平的意义；
2. 掌握平方和的分解，会作出方差分析表；
3. 了解回归分析的基本思想；
4. 掌握一元线性回归，了解可化为线性回归的一元非线性回归和多元线性回归；
5. 了解线性相关性检验和利用回归方程进行预测和控制。熟悉回归分析的基本概念、回归分析的主要内容及其一般模型。

### 二、考核知识点与考核目标

#### (一) 一元线性回归 (次重点)

识记：回归分析的基本概念

应用：一元线性回归模型

#### (二) 单因素方差分析 (次重点)

识记：方差分析的基本概念

应用：单因素方差分析法

## 第三部分 有关说明与实施要求

### 一、考核的能力层次表述

本大纲在考核目标中，按照“识记”、“理解”、“应用”三个能力层次规定其应达到的能力层次要求。各能力层次为递进等级关系，后者必须建立在前者的基础上，其含义是：

识记：能知道有关的名词、概念、知识的含义，并能正确认识和表述，是低层次的要求。

理解：在识记的基础上，能全面把握基本概念、基本原理、基本方法，能掌握有关概念、原理、方法的区别与联系，是较高层次的要求。

应用：在理解的基础上，能运用基本概念、基本原理、基本方法联系学过的多个知识点分析和解决有关的理论问题和实际问题，是最高层次的要求。

### 二、教材

#### 1. 指定教材：

线性代数，申亚男、卢刚，外语教学与研究出版社，2012 年第一版

工程数学概率论与数理统计，范金城，辽宁大学出版社，2012 年第一版

#### 2. 参考教材：

线性代数，同济大学数学系主编，高等教育出版社，2007 年第五版

线性代数，万勇、李兵，复旦大学出版社，2008 年第二版

概率论与数理统计，盛骤等，高等教育出版社，2003 年第三版

### 三、自学方法指导

1. 在开始阅读指定教材某一章之前，先翻阅大纲中有关这一章的考核知识点及对知识点的能力层次要求和考核目标，以便在阅读教材时做到心中有数，有的放矢。
2. 阅读教材时，要逐段细读，逐句推敲，集中精力，吃透每一个知识点，对基本概念必须深刻理解，对基本理论必须彻底弄清，对基本方法必须牢固掌握。
3. 在自学过程中，既要思考问题，也要做好阅读笔记，把教材中的基本概念、原理、方法等加以整理，这可从中加深对问题的认知、理解和记忆，以利于突出重点，并涵盖整个内容，可以不断提高自学能力。
4. 完成书后作业和适当的辅导练习是理解、消化和巩固所学知识，培养分析问题、解决问题及提高能力的重要环节，在做练习之前，应认真阅读教材，按考核目标所要求的不同层次，掌握教材内容，在练习过程中对所学知识进行合理的回顾与发挥，注重理论联系实际和具体问题具体分析，解题时应注意培养逻辑性，针对问题围绕相关知识点进行层次（步骤）分明的论述或推导，明确各层次（步骤）间的逻辑关系。

#### 四、对社会助学的要求

1. 应熟知考试大纲对课程提出的总要求和各章的知识点。
2. 应掌握各知识点要求达到的能力层次，并深刻理解对各知识点的考核目标。
3. 辅导时，应以考试大纲为依据，指定的教材为基础，不要随意增删内容，以免与大纲脱节。
4. 辅导时，应对学习方法进行指导，宜提倡“认真阅读教材，刻苦钻研教材，主动争取帮助，依靠自己学通”的方法。
5. 辅导时，要注意突出重点，对考生提出的问题，不要有问即答，要积极启发引导。
6. 注意对考生能力的培养，特别是自学能力的培养，要引导考生逐步学会独立学习，在自学过程中善于提出问题，分析问题，做出判断，解决问题。
7. 要使考生了解试题的难易与能力层次高低两者不完全是一回事，在各个能力层次中会存在着不同难度的试题。
8. 助学学时：学分共 10 学分，其中线性代数部分共 5 学分，建议课时 90 学时，助学课时分配如下：

章 次	内 容	学 时
第一章	行列式	10
第二章	矩阵	15
第三章	向量空间	18
第四章	线性方程组	18
第五章	矩阵的相似对角化	15
第六章	实二次型	14
合 计		90

概率论与数理统计部分共 5 学分，总课时 90 学时，助学课时分配如下：

章 次	内 容	学 时
第一章	随机事件与概率	12
第二章	随机变量与概率分布	12
第三章	随机向量	12
第四章	随机变量的数字特征	14
第五章	大数定律与中心极限定理	4
第六章	样本及抽样分布	4
第七章	参数估计	14
第八章	假设检验	12
第九章	回归分析与方差分析	6
合 计		90

## 五、关于命题考试的若干规定

1. 本大纲各章所提到的内容和考核目标都是考试内容。试题覆盖到章，适当突出重点。
2. 试卷中对不同能力层次的试题比例大致是：“识记”为 30%、“理解”为 40%、“应用”为 30%。
3. 试题难易程度应合理：易、较易、较难、难比例为 2：3：3：2。
4. 每份试卷中，各类考核点所占比例约为：重点占 60%，次重点占 30%，一般占 10%。
5. 试题类型一般分为：单项选择题、填空题、计算题、证明题、应用题。
6. 考试采用闭卷笔试，考试时间 150 分钟，采用百分制评分，60 分合格。

## 六、题型示例（样题）

一、单项选择题（本大题共■小题，每小题■分，共■分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其选出并将“答题卡”上的相应字母涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. 设  $A$  为  $n$  阶方阵,  $Ax=0$  有非零解, 则  $A$  必有一个特征值为  
A. 1 B. -1  
C. 0 D. 2

二、填空题（本大题共■小题，每小题■分，共■分）

1. 设  $\beta$  可由向量  $\alpha_1 = (1, 0, 0), \alpha_2 = (0, 0, 1)$  线性表示, 则下列向量中  $\beta$  只能是\_\_\_\_\_。

三、计算题（本大题共■小题，每小题■分，共■分）

1. 计算四阶行列式的值  $D = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$

2. 当  $t$  满足什么条件时, 二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + 2x_3^2 + 2tx_1x_2 + 2x_1x_3$  是正定二次型?

四、证明题 (本大题共 ■ 小题, 每小题 ■ 分, 共 ■ 分)

1. 设  $A, B$  为  $n$  阶矩阵, 且  $A$  为对称矩阵, 证明  $B^T AB$  也是对称矩阵。

五、应用题 (本大题共 ■ 小题, 每小题 ■ 分, 共 ■ 分)

1. 一个工厂有甲、乙、丙三个车间生产同一种螺钉, 每个车间生产量分别占总量的 25%, 35%, 40%, 每个车间中二等品分别占 50%, 40%, 20%, 今从全厂产品中随机抽取一个产品, 发现是二等品, 它恰是由甲车间生产的概率?