

高纲 1132

江苏省高等教育自学考试大纲

# **27707      经济应用数学**

南京农业大学编

## 一、课程性质及其设置目的与要求

### （一）课程性质、地位和任务

《经济应用数学》课程是高等教育自学考试现代农业经济管理（专科）专业中的一门重要的基础课程，其主要任务是培养经济管理类专业的考生系统地学习微积分的基本概念、基本理论、基本原理，通过对微积分的学习培养考生抽象思维的能力，逻辑推理的能力，发现问题、分析问题和解决问题的能力，为考生后续课程的学习或为今后从事经济管理相关业务或工作打下良好的基础。

### （二）本课程的基本要求和重点

通过本课程的学习，应达到以下要求：

1. 获得一元函数微积分学的基本知识、基本理论和基本方法，特别是一元微积分学处理问题的思路和方法；
2. 获得多元函数微分学的初步知识。

本课程的重点是一元函数的极限与连续、导数与微分、积分的概念、计算及其应用。考虑到经济管理类专业的特点，本着打好基础、着重应用为原则，要求考生理解课程中的基本概念和它们之间的联系，掌握基本的运算方法和运算技巧，以及这些概念和方法在经济中的一些简单的应用。课程中的有关定理只要知道定理成立的条件和可以得到的结论，定理的证明以及与经济方面关系不大的内容不作要求。

### （三）本课程与相关课程的联系

微积分以函数为研究对象，本课程主要包括函数的导数、微分和积分等概念、方法、计算和应用，而极限是阐明这些概念和方法的基本工具。为此，考生在学习本课程时应具备高中数学的基础知识。另一方面，本课程又为经济管理类各专业的后续课程奠定必要的数学基础。

## 二、课程内容与考核目标

### 第一章 函数与极限

#### 一、考核知识点

1. 函数的概念（函数的定义、定义域、表示方法）；
2. 函数的基本性质（单调性、奇偶性、有界性、周期性）；
3. 复合函数与反函数；
4. 初等函数和分段函数；
5. 数列极限与函数极限的概念，极限的基本运算法则；
6. 无穷小与无穷大的概念、相互关系、无穷小的性质与无穷小量的比较；
7. 两个重要的极限；
8. 函数的连续性与间断点
9. 经济问题中常见的函数（需求函数、供给函数、成本函数、收益函数、利润函数）。

## 二、自学要求

函数是数学中最基本的概念之一，它从数学上反映各种实际现象中量与量之间的依赖关系，是微积分的主要研究对象。而极限理论是微积分学的基础，微积分中的基本概念都是运用极限方法阐述的。连续函数是应用最为广泛的函数。所以，学习本章将为以后的学习奠定必要的基础。

本章总的要求是：理解一元函数的定义及函数与图形之间的关系；了解函数的几种常用的表示方法；理解函数的几种基本性质；理解函数的反函数及它们的图像之间的关系；掌握函数的复合和分解；熟练掌握基本初等函数及其图形的形态；知道什么是初等函数；知道几种常见的经济函数；能从比较简单的实际问题建立其中蕴含的函数关系；理解极限和无穷小量的概念以及它们之间的关系，掌握无穷小量的基本性质和极限的运算法则，清楚无穷大量的概念及其与无穷小量的关系；熟练掌握两个重要的极限；理解无穷小的比较和高阶无穷小的概念；理解函数的连续性与间断点，知道初等函数的连续性；清楚闭区间上连续函数的基本性质。

本章重点：函数的概念和基本初等函数；极限和无穷小量的概念及其性质，极限的运算法则，两个重要的极限，函数的连续性。

本章难点：函数的复合；极限的概念。

### 三、考核要求

1. 理解函数的基本概念，会熟练地求函数的定义域和求给定函数在某些点处的函数值；
2. 掌握函数的单调性、奇偶性、有界性、周期性的定义，会判断所给函数具有的性质；
3. 理解复合函数的概念，会分析复合函数的复合过程；了解函数与其反函数之间的关系，会求简单函数的反函数；
4. 熟练掌握基本初等函数的简单性质及其图像；掌握初等函数的概念，会求分段函数的定义域和函数值；
5. 会建立简单经济应用问题中的函数关系式，其中包括需求函数、供给函数、成本函数、收益函数、利润函数；
6. 了解数列极限的概念，会用观察法判断数列的极限是否存在；
7. 了解函数极限的概念；掌握极限的性质以及极限的四则运算法则，对极限的“ $\varepsilon - N$ ”“ $\varepsilon - \delta$ ”的描述不作要求；
8. 理解无穷小与无穷大的概念、掌握它们之间的相互关系，掌握无穷小的性质，会对连个无穷小量的阶（等价、高阶、低阶、同阶）进行比较；
9. 掌握两个重要的极限并能熟练地利用它们求极限；
10. 理解函数在一点连续和间断的概念，了解初等函数在其定义区间上连续性；知道闭区间上连续函数的性质；
11. 掌握求分段函数在分界点处极限的方法，会讨论这些点处的连续性。

## 第二章 导数与微分

### 一、考核知识点

1. 导数的定义及其几何意义和物理意义；
2. 函数的可导与连续的关系；
3. 函数的各种求导法则；
4. 基本初等函数的导数；
5. 高阶导数；

6. 微分的定义和微分的基本公式及运算法则。

## 二、自学要求

函数的导数和微分是微分学中两个重要的、密切相关的概念。它们的产生是由于广泛而迫切的实际需要（如求曲线的切线、运动的速度等），在科学和工程技术中有及其广泛的应用。

本章总的要求是：理解导数和微分的定义，清楚它们之间的关系；知道导数的几何意义和实际意义；知道平面曲线的切线方程的求法；了解函数可导与连续之间的关系；熟练掌握函数求导的各种法则，特别是复合函数的求导法则；熟记基本初等函数的求导公式；会求函数的高阶导数；掌握微分的基本公式和运算法则。

本章重点：导数的概念及其几何意义和作为变化率的实际意义，各种求导法则和基本初等函数的导数和微分公式。

本章难点：复合函数的求导法则。

## 三、考核要求

1. 理解导数的定义及其几何意义，会求平面曲线的切线方程，了解函数可导与连续之间的关系，会用导数的定义讨论简单的问题；
2. 熟练掌握基本初等函数的求导公式和导数的四则运算法则；
3. 掌握复合函数的求导法则，会求隐函数的导数，会用对数求导法求某些函数的导数；
4. 了解高阶导数的概念，会求函数的二阶导数，会计算简单分段函数的一阶导数；
5. 理解微分的概念，了解导数和微分之间的关系，会求函数的一阶微分，了解微分的四则运算法则，一阶微分的形式不变性，了解在近似计算中的应用。

## 第三章 导数的应用

### 一、考核知识点

1. 中值定理；
2. 罗必达法则；
3. 函数的单调性、极值与最值；

4. 曲线的凹凸性与拐点;
5. 经济学中的边际函数和弹性函数。

## 二、自学要求

本章主要介绍微分学在研究函数的性态和有关实际问题中的应用, 这些应用的基础就是微分中值定理。

本章总的要求是: 能够准确陈述微分中值定理(罗尔中值定理、拉格朗日中值定理); 熟练掌握罗必达法则; 会用导数的符号判定函数的单调性; 理解函数的极值的概念并掌握其求法; 了解函数的最值及其求法并能解决简单的应用问题; 了解曲线的凹凸性及其拐点的概念, 会用二阶导数判定曲线的凹凸性和计算拐点的坐标; 理解函数的边际函数和弹性及其意义。

本章重点: 罗尔中值定理, 拉格朗日中值定理, 罗必达法则, 函数的单调性的判定, 函数的极值、最值及其求法和实际应用。

本章难点: 函数最值的应用, 边际函数和弹性函数。

## 三、考核要求

1. 了解罗尔中值定理, 拉格朗日中值定理, 知道定理的条件和结论, 会判断函数在指定的区间上是否满足定理的条件, 且会求满足定理的点 $\xi$ ;
2. 掌握罗必达法则求不定式“ $\frac{0}{0}$ ”、“ $\frac{\infty}{\infty}$ ”、“ $0 \cdot \infty$ ”、“ $\infty - \infty$ ”型极限的方法;
3. 了解函数的极值、极值点、驻点的概念, 掌握用导数判别函数单调性的方法, 会求函数的极大、极小值, 能解决简单的求最值的应用问题;
4. 了解曲线的凹凸与拐点的定义, 会用二阶导数判别函数图像的凹凸性, 会求曲线的拐点;
5. 掌握导数在经济问题中的应用(边际成本、边际收入、需求弹性, 经济函数的优化问题)。

## 第四章 不定积分

### 一、考核知识点

1. 原函数和不定积分的概念，不定积分的基本性质；
2. 不定积分的基本积分公式；
3. 换元积分（第一换元积分、第二换元积分）；
4. 分步积分法。

## 二、自学要求

一元函数积分学是微积分学的另一个重要组成部分，不定积分可以看成是微分运算的逆运算，与微分学一样，积分学具有十分广泛的应用。

本章总的要求是：理解原函数和不定积分的概念，清楚微分运算和不定积分运算之间的关系；熟悉不定积分的基本性质；熟记不定积分的基本公式，熟练掌握不定积分的换元积分法和分部积分法，能熟练地求不定积分，利用初值条件解简单的应用问题。

本章重点：不定积分的概念及其计算。

本章难点：求不定积分。

## 三、考核要求

1. 理解原函数和不定积分的概念及其它们之间的关系，掌握不定积分的基本性质；
2. 掌握基本积分公式，掌握直接积分法，会求简单的有理分式和三角函数的不定积分；
3. 掌握计算不定积分的第一、第二换元积分法和分部积分法；
4. 会利用初值条件解简单的应用问题。

# 第五章 定积分

## 一、考核知识点

1. 定积分的概念，定积分的基本性质；
2. 变上限积分和牛顿-莱布尼茨公式；
3. 定积分的换元积分和分部积分；
4. 无限区间上的广义积分；

## 5. 定积分的经济应用。

## 二、自学要求

一元函数积分学是微积分学的另一个重要组成部分，定积分源于曲边图形的面积计算和已知物体运动的速度求行走的路程等实际问题，与微分学一样，积分学具有十分广泛的应用。

本章总的要求是：理解定积分的概念及其几何意义；熟悉定积分的基本性质；理解由变上限积分所确定的函数的求导公式，掌握牛顿-莱布尼茨公式；熟练掌握定积分的换元积分法和分部积分法，能熟练地求定积分；清楚无限区间上广义积分的概念，在比较简单的情况下会依据定义判别它是否收敛，并在收敛时求出其值；会用定积分解决一些简单的经济应用问题。

本章重点：变上限积分求导公式和牛顿-莱布尼茨公式，定积分的应用。

本章难点：定积分的计算，定积分的应用。

## 三、考核要求

1. 了解定积分的概念，知道函数可积的条件，掌握定积分的基本性质；
2. 了解变上限定积分是积分上限函数的概念，掌握对变上限的定积分求导的方法，会用它来求不定式的极限及解决一些简单的导数应用问题；
3. 掌握牛顿-莱布尼茨公式，掌握定积分的第一、第二换元积分法和奇、偶函数在对称积分区间上积分的性质，掌握定积分的分部积分法，会求分段函数的积分；
4. 知道无限区间上的广义积分收敛和发散的概念，且会计算简单的无限区间上的广义积分；
5. 掌握定积分计算简单的平面图形的面积的方法，会利用定积分求解一些简单的经济应用问题。

## 第六章 二元函数微分学

### 一、考核知识点

1. 空间直角坐标系及曲面方程；
2. 二元函数的概念（定义、极限、连续）；



3. 二元函数的偏导数、全微分、二阶偏导数；
4. 复合函数与隐函数的求导法则；
5. 二元函数的极值及其求法。

## 二、自学要求

多元函数的微分学是一元函数微分学的自然发展，它的许多重要概念和处理问题的思想、方法与一元函数微分学的情形十分相似，前者以后者为基础；另一方面，随着变量的增多，其内容也更加丰富。由于许多实际问题常常涉及到多个变量，所以多元函数微分学的应用非常广泛。我们以二元函数微分学为主。

本章总的要求是：理解多元函数的概念和二元函数的几何意义；清楚偏导数和全微分的定义；了解高阶偏导数的定义即混合偏导数在一定条件下与对变量求偏导次序的无关性；掌握复合函数和隐函数的求导法则；理解二元函数的极值概念并掌握其求法。

本章重点：偏导数和全微分的概念及其计算，复合函数求导法则。

本章难点：复合函数的求导，隐函数求导。

## 三、考核要求

1. 了解二元函数的概念，会求简单二元函数的定义域和函数值；
2. 了解二元函数偏导数和全微分的概念，熟练掌握二元函数一阶偏导数的求法；掌握二元函数全微分的求法；
3. 会求简单的二元复合函数和二元隐函数的偏导数；
4. 会求二元函数的二阶偏导数；
5. 了解二元函数极值的概念，会求二元函数的无条件极值和条件极值。

## 三、有关说明和实施要求

### （一）关于“课程内容与考核目标”中有关提法的说明

在大纲的考核要求中，考核目标中能力层次的含义：从易到难依次为理解、掌握、熟练掌握。

## （二）自学教材

本课程使用教材为：《实用经济数学——微积分》，张唯春等主编，东北大学出版社，2008 年。

## （三）自学方法的指导

微积分是一门系统性很强的学科，考生必须具有初等数学的基础才能比较顺利地学习微积分。考生必须按照大纲的要求从最基本的概念、理论、计算、应用入手，搞清楚各概念的含义以及它们之间的关系，通过做大量的练习，熟练地掌握各种计算方法和一些简单的应用。考生在做练习的过程中，要善于归纳，找出解题的一般思路及基本的解题方法。做题必须从最基本的开始，基础打好了，才能解决一些比较综合性的题目，不要一味地钻难题、怪题、偏题。

## （四）对社会助学的要求

1. 应熟知考试大纲对课程所提出的总的要求和各章的知识点，准确理解对各知识点要达到的认知层次和考核要求，并在辅导过程中帮助考生掌握这些要求，不要随意增删内容和提高或降低要求。

2. 要结合典型例子，讲清楚基本的概念、定理、公式和法则，重点、难点要讲透，引导考生注意基本理论的学习；更要十分重视基本的计算方法和计算技巧的讲解，帮助考生真正达到考核的要求，并培养良好的学习风气，提高自学能力。不要猜题、押题。

3. 要使考生认识到辅导课只能起到“领进门”的作用，听懂不等于真懂，关键在于自己练，应要求考生课后抓紧复习，认真做题。

## （五）关于命题和考试的若干规定

1. 根据国家标准中对数学符号的统一要求，以后试卷中的正切函数、余切函数、反正切函数、反余切函数分别用  $\tan x$ 、 $\cot x$ 、 $\arctan x$  和  $\operatorname{arc} \cot x$  表示。

2. 本课程考试可能采用的题型有：单项选择题、填空题、计算题、应用题、证明题等。

## 附录 题型举例

### 一、单项选择题

1.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-1}} + \arcsin x$  的定义域是 ( )

- A.  $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$       B.  $\left(\frac{1}{2}, 1\right]$       C.  $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$       D.  $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$

参考答案: B

### 二、填空题

1. 设  $z = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ , 则全微分  $dz = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$ 。

参考答案:  $\frac{x}{x^2 + y^2} dx + \frac{y}{x^2 + y^2} dy$

### 三、计算题

1. 计算定积分  $\int_0^1 \frac{x}{(1+x^2)^2} dx$ .

参考答案:  $\int_0^1 \frac{x}{(1+x^2)^2} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{1}{(1+x^2)^2} d(1+x^2) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1+x^2} \Big|_0^1 = \frac{1}{4}$ .

### 四、应用题

1. 某工厂生产某产品, 年产量为  $q$  (单位: 百台), 总成本为  $C(q)$  (单位: 万元) 其中固定成本为 2 万元, 每年生产 100 台, 成本增加 1 万元。市场上每年可以销售此种产品 4 百台, 其总收益  $R$  是  $q$  的函数:

$$R = R(q) = \begin{cases} 4q - \frac{1}{2}q^2, & 0 \leq q \leq 4; \\ 8, & q > 4. \end{cases}$$

问每年生产多少台, 能使利润  $L = L(q) = R(q) - C(q)$  最大?

参考答案: 设每年生产  $q$  百台时, 利润最大,

总成本函数为  $C(q) = q + 2$ ,

$$\text{总利润函数 } L(q) = R(q) - C(q) = 3q - \frac{1}{2}q^2 - 2 (0 < q \leq 4)$$

$$L'(q) = 3 - q, \text{ 令 } L'(q) = 0, q = 3 \text{ 驻点唯一, 又 } L''(q) = -1 < 0$$

所以当每年生产 300 台时, 该厂所获利润最大.

## 五、证明题

1. 证明: 当  $x > 0$  时,  $x > \ln(1+x)$ .

$$\text{参考答案: 设 } f(x) = x - \ln(1+x), \quad f'(x) = 1 - \frac{1}{1+x} = \frac{x}{1+x},$$

当  $x > 0$  时,  $f'(x) > 0$ , 则当  $x > 0$  时,  $f(x)$  为单调增函数,

所以当  $x > 0$  时, 有  $f(x) > f(0) = 0$ , 即  $x > \ln(1+x)$ .